

ノンパラメトリック手法と業者間市場データを用いたイールドカーブの推定

業種：金融業

◆ Abstract

本研究は、日本国債業者間市場を運営している日本相互証券株式会社が算出したBB国債価格を用いて、期間40年までのゼロ・クーポン・イールドカーブの推定を試みるものである。利付債の価格をもとに金利の期間構造を推定する手法は数多く提案されており、本邦の国債を扱った先行研究も数多く存在している。しかしながら、そのどれもが期間20年程度までのイールドカーブしか推定していない。今日においては30年国債、40年国債が発行されており、Non-JGB債においても残存期間が超長期にわたるものが起債されている。このような状況下において、期間40年までカバーするイールドカーブを算出する意義は大きいと考えられる。本稿では、安道 et al.⁽¹⁾の非線形回帰モデリングをベースにしたノンパラメトリック手法を提案し、短期から超長期までのイールドカーブ推定を試みた。また、川崎 and 安道⁽²⁾の方法との比較も行った。その結果、2007～2012年の期間の多くの場合において、我々の提案する手法がより安定的にイールドカーブを推定できることが示された。

阿部卓哉
(あべ たくや)

日本相互証券(株)
市場企画部 所属
債券マーケットデータの活用・応用に関する研究開発業務に従事。



佐々木正信
(ささき まさのぶ)

(株)富士通総研
ビジネスサイエンス事業部 所属
ファイナンス分野を中心に数理モデル作成やデータ分析を活用したコンサルティング業務に従事。



松岡英俊
(まつおか ひでとし)

(株)富士通研究所
ITシステム研究所 所属
様々な分野のシミュレーションの確率統計的数理モデリング・解析に従事。近年は知識管理手法も研究。



池田 弘
(いけだ ひろし)

(株)富士通研究所
デザインイノベーション研究部 所属
VLSIの設計CAD分野を中心に様々な分野のシミュレーションの確率統計的数理モデリング・解析に従事。

まえがき

利付債の価格データをもとにゼロ・クーポン・イールドカーブ(以下、イールドカーブ)を推定する方法に関して、多くの提案や議論がなされてきた。学術的・実務的にポピュラーな方法としては、割引関数を何らかの基底関数の線形結合として表現し、係数パラメータを最小自乗法にて推定するという手順が挙げられる。その枠組みにおいて、基底関数のバリエーションを変えた研究は数多く存在する(例えば、McCulloch⁽³⁾, Schaefer⁽⁴⁾, Vasicek and Fong⁽⁵⁾, Steeley⁽⁶⁾など)。なかでも、川崎 and 安道⁽²⁾が提案した手法は、基底関数にガウシアン関数、推定手法に罰則付き最尤法を導入し、さらにはモデル推定に本質的なパラメータ類を情報量基準を用いて最適化するという画期的なものであった。また、これらのバリエーションを比較分析する研究も行われている。本邦国債市場をテーマにしたものでは、小峰 et al.⁽⁷⁾、菊池 and 新谷⁽⁸⁾が挙げられる。

しかしながら、いずれの先行研究においても(発表された年代が古いということもあり)期間30年を超えるところの所謂“超長期ゾーン”の金利は推定されていない。日本国債市場では、1999年に30年1回債が発行され、それに引き続き2007年に残存期間が40年間の40年1回債が発行されており、かつの状況とは一変している。Non-JGB債においても償還期間が超長期におよぶものが起債されている。さらに2007年から2009年にかけて、40年債が1回債の一銘柄のみの期間が長く続き、期間30~40年の間を埋める銘柄が存在しないことでデータの空白地帯が形成されていた。このような状況のもとイールドカーブを推定すると、データの少なさや既存手法の特性が影響し、妥当な結果が得られないことがしばしば発生する。

本稿では、ノンパラメトリック手法を用いた新しいイールドカーブ推定手法を提案し、上述のような状況でも比較的安定的にイールドカーブを推定できることを実データを用いて示す。国債の価格

情報としては、日本相互証券^(注1)が算出しているBB国債価格(引値)^(注2)を用いた。なお、本稿で提案する手法で計算したイールドカーブは、日本相互証券が“BB国債CMY”として公表しており、今後ヒストリカルデータ等の情報提供サービスについても検討している。

我々が提案する手法は、以下の3段階のステップで構成されるものである。

Step 1 : 暫定スポットレート算出 国債価格データから、暫定的なスポットレート(暫定スポットレート)を離散的に算出

Step 2 : ノンパラメトリック手法による平滑化 ノンパラメトリック手法を適用して、暫定スポットレートの点列を平滑化することによりイールドカーブを推定

Step 3 : 情報量基準によるモデル選択 情報量基準GICにより最適なモデルを選択

その詳細を以下で説明していくが、その前にここで提案手法の比較対象として挙げる参考文献(2)の方法について簡単に説明しておく。

参考文献(2)では、(3)、(4)、(6)と同様に割引関数自体を推定する方針をとっており、基底関数 $\phi(\cdot)$ にガウシアン関数を採用したうえで、割引関数 $d(t)$ がその基底関数の線形和

$$d(t) = 1 + \sum_{k=1}^m \omega_k \phi_k(t) + \omega_0 \quad (1.1)$$

で表現できると仮定している。

(1.1)式の仮定のもと、平滑化の要素をペナルティ(罰則)として取り入れた“罰則項付き最尤法”によって、係数ベクトル $\omega = (\omega_0, \dots, \omega_m)^T$ を推定するという手順になっている。

提案手法との違いは、参考文献(2)が割引関数自体を推定しているのに対し、我々はイールドカーブ

(注1) 日本相互証券株式会社 (<http://www.bb.jbts.co.jp/>) は、公社債の流通市場を整備することを目的とし、昭和48年、証券各社の協力により設立された。以来、「公平・公正・透明」を原点とする経営理念のもと本邦公社債の業者間市場を運営している。

(注2) 主要証券会社18社および日本相互証券の保有するデータに基づき、日本相互証券が算出している国債利回りである。

流動性の高い銘柄を計算に採用するという立場から、提案手法では同償還銘柄のうち最新の入札日のものを選択している。

■操作2：キャッシュフローの等価移動 同償還銘柄をまとめることにより、下式のような4×5行列のキャッシュフロー行列に変換されたとする。

$$\begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_2 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 & c_3 & c_3 & R_3 & 0 \\ c_4 & c_4 & c_4 & c_4 & R_4 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

ここで、 R_n, c_n は、それぞれ銘柄 n の償還時、利払い時のキャッシュフローである。

このキャッシュフロー行列は、上式で楕円で囲んだ部分を削除すれば正方かつ正則な行列になり、(2.2) 式を形式的には解くことができる。しかし、楕円部分を単純に削除すると式の意味が変わってしまうため、“等価”な変換により楕円部の列を移動する。

CF 行列中の楕円で囲まれたキャッシュフローの発生時点からその右隣の列の時点までのフォワードディスカウントファクターを $F_{3,4}$ として、“仮に $F_{3,4}$ が既知であった”と仮定すると、(2.3) 式のキャッシュフローの価値は次式と等価である。

$$\begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ c_2 & R_2 & 0 & 0 \\ c_3 & c_3 & R_3 + c_3/F_{3,4} & 0 \\ c_4 & c_4 & c_4 + c_4/F_{3,4} & R_4 \end{pmatrix}$$

この行列は対角成分が 0 でない下三角行列であるため逆行列が存在する。同様の操作をすべてのキャッシュフローに適用することにより、連立方程式 (2.2) が解けるようになる。

なお、上では $F_{3,4}$ を既知と仮定していたが実際には未知であるため、適当な初期値を取り、定常反復法を用いて連立方程式の解を求めることになる。本稿における計算では、フォワードディスカウントファクターの初期値として、「複利回り」によるイールドカーブを用いて、定常反復法を適用している。

ちなみに、上述の方法と同様に国債市場価格からディスカウントファクターを離散的に推定している Carleton and Cooper の先行研究⁽⁹⁾ では、(2.2) 式において最小自乗法によりディスカウントファク

ターの点列を求めている。しかしながら、本邦国債市場においては、発行慣習によりキャッシュフロー行列が正則でないため、その様な方法は適用できない。

ノンパラメトリック手法による平滑化

■モデリングのアウトライン

本稿では、安道 et al.⁽¹⁾ をベースとして、スポットレート $r(t)$ は、下式のように m 個の基底関数 $\phi_k(t)$ ($k = 1, \dots, m$) の線形和で記述できるとする。

$$r(t) = \omega_0 + \sum_{k=1}^m \omega_k \phi_k(t) \quad (3.1)$$

そして、上述の方法で算出した暫定スポットレート x_i ($i = 1, \dots, N$) が、 $r(t)$ とノイズ ε_i を用いて、以下のように記述されるノンパラメトリック回帰モデルを仮定する。

$$x_i = r(t_i) + \varepsilon_i, \quad (i = 1, \dots, N) \quad (3.2)$$

ただし、 ε_i は、互いに独立かつ平均 0、分散 σ^2 の正規分布に従うとする。

(3.1) 式と (3.2) 式から、

$$\begin{aligned} x_i &= \omega_0 + \sum_{k=1}^m \omega_k \phi_k(t) + \varepsilon_i \\ &= \phi(t_i) \omega + \varepsilon_i, \quad (i = 1, \dots, N) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} \phi(t_i) &= (1, \phi_1(t_i), \dots, \phi_m(t_i)) \\ \omega &= (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_m)^T \end{aligned}$$

である。また、基底関数 ϕ_i の構成については後述する。

このモデルにおけるパラメータのうち、係数ベクトル ω および分散 σ^2 は、次式における罰則付き対数尤度 l_ζ を最大化する値の組として推定する。

$$\begin{aligned} l_\zeta(\omega, \sigma^2) &= \sum_{i=1}^N \log f(x_i | t_i; \omega, \sigma^2) \\ &\quad - \frac{N\zeta}{2} \omega^T D_k^T D_k \omega \end{aligned} \quad (3.3)$$

ここで、右辺の第1項は対数尤度を表し、

$$f(x_i | t_i; \omega, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{(x_i - \phi(t_i)\omega)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (3.4)$$

は、 t_i における x_i の確率密度を表す。

また、(3.3) 式右辺の第2項は、オーバーフィッティングを避けるための罰則を与えるものであり、罰則化項と呼ばれる。罰則化項による罰則の度合いは罰則項のパラメータ ζ により調整できる。すなわち、 ζ を大きくするほど、オーバーフィッティングを防いでモデルを安定化することができるが、その代償として、(3.1) 式の説明力が低下するというトレードオフがある。

パラメータ ζ は、(3.3) 式では外生的に与えられるものであるが、上述のトレードオフは情報量基準により最適化する。この点については「一般情報量基準GIC」で述べる。

行列 D_k は k 次差分行列と呼ばれ、オーバーフィッティングの度合いを定量化するために用いられる。本稿では、 $k=2$ としている。

$$D_2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

このとき、 D_2 は $(m-1) \times (m-2)$ 行列となる。

$\omega^T D_k^T D_k \omega$ は ω の2次差分の2乗和を表しており、“オーバーフィッティングの度合い”と捉えることができる。

■ 罰則付き最尤推定量 $\hat{\omega}$, $\hat{\sigma}^2$ の計算方法

罰則付き対数尤度関数 $l_\zeta(\omega, \sigma^2)$ は、(3.3) 式に(3.4) 式を代入して、次式のように変形できる。

$$l_\zeta(\omega, \sigma^2) = -\frac{N}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{x} - B\omega)^T (\mathbf{x} - B\omega) - \frac{N\zeta}{2} \omega^T D_k^T D_k \omega \quad (3.5)$$

ここで、

$$B = \begin{bmatrix} 1 & \phi_1(t_1) & \phi_2(t_1) & \cdots & \phi_m(t_1) \\ 1 & \phi_1(t_2) & \phi_2(t_2) & \cdots & \phi_m(t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \phi_1(t_N) & \phi_2(t_N) & \cdots & \phi_m(t_N) \end{bmatrix}$$

は $N \times (m+1)$ の基底関数行列、 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)^T$ は N 次元の縦ベクトルである。

(3.5) 式の罰則付き対数尤度関数を最大化する ω と σ^2 が最尤推定量 $\hat{\omega}$, $\hat{\sigma}^2$ であり、対数尤度関数 l_ζ を ω と σ^2 で偏微分した値がそれぞれ 0 となる条件から求めることができる。

この条件のことを尤度方程式と呼び、具体的には、

$$\frac{\partial l_\zeta}{\partial \omega} = \frac{1}{\sigma^2} (B^T \mathbf{x} - B^T B \omega) - N\zeta D_k^T D_k \omega = 0$$

$$\frac{\partial l_\zeta}{\partial \sigma^2} = \frac{N}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} (\mathbf{x} - B\omega)^T (\mathbf{x} - B\omega) = 0$$

で与えられる。

この方程式を ω と σ^2 について解いて、以下のように、罰則付き最尤推定量 $\hat{\omega}$ と $\hat{\sigma}^2$ を求めることができる。

$$\hat{\omega} = (B^T B + N\zeta \hat{\sigma}^2 D_k^T D_k)^{-1} B^T \mathbf{x}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} (\mathbf{x} - B\hat{\omega})^T (\mathbf{x} - B\hat{\omega})$$

上式では、推定量 $\hat{\omega}$ と分散の推定量 $\hat{\sigma}^2$ は互いに依存することから、実際上は定常反復法などを用いてそれぞれ計算する。

■ 基底関数の構成

提案モデルでは、(3.1) 式中の基底関数にはガウシアン関数を採用する。

$$\phi_k(t; c_k, h) := \exp \left\{ -\frac{(t - c_k)^2}{2vh(c_k)} \right\}, k = 1, \dots, m$$

ここで、 v は基底関数の広がりを調整するパラメータ、 c_k は各基底関数 ϕ_k の中心、 $h(\cdot)$ は基底関数の広がりの相対的差異を規定する関数である。

基底関数の個数 m が多いほど“自由度”が高くなり、モデルの説明力は高くなるが、反面、オーバーフィッティングのリスクが高くなる。このトレードオフは、上述のパラメータ ζ と同様に情報量基準により最適化する。

基底関数の中心 c_k は、以下のように定める。暫定スポットレート $\{x_j\}$ の定義域を左右それぞれに W だけ広げた範囲 $(t_{min} - W, t_{max} + W)$ を考え、その拡張された範囲を $m - 1$ 等分する区分点として

$\{c_k\}$ ($k = 1, \dots, m$) を定める。^(注3)

$$c_k = \frac{(m-k)(t_{min} - W) + (k-1)(t_{max} + W)}{m-1}$$

また、基底関数の広がりに関しては、 $h(t)$ は、残存期間の長い区間ほどイールドカーブの曲率が小さくなることを勘案して、 $h(t) := \tanh(t/m - 2) + 2$ と定義している。

v については情報量基準により最適化する。

一般情報量基準GIC

GICによるモデル選択

上述のノンパラメトリック回帰は、基底関数の個数 m 、平滑化パラメータ ζ 、およびパラメータ v の3つのパラメータが与えられると、パラメータ ω と σ^2 の推定値を出力するものである。したがって、これら3つのパラメータ (m, ζ, v) を客観的かつ適切に選択する方法が必要となる。

提案手法では、モデル評価の枠組みとして、一般化情報量規準GIC^{(10), (11)}を採用し、GICの情報をもとに最適なパラメータを選択する。

以下、具体的な推定方法について述べる。

統計モデル $f(x_i | t_i; \hat{\omega}, \hat{\sigma}^2)$ を評価する一般化情報量基準GICは以下のように算出する。

$$\begin{aligned} \text{GIC} &= -2 \sum_{i=1}^N \log f(x_i | t_i; \hat{\omega}, \hat{\sigma}^2) \\ &\quad + 2\text{Tr}\{\hat{R}_{\zeta, m}^{-1} \hat{Q}_{\zeta, m}\} \quad (4.1) \\ &= N(\log 2\pi + 1) + N \log \hat{\sigma}^2 \\ &\quad + 2\text{Tr}\{\hat{R}_{\zeta, m}^{-1} \hat{Q}_{\zeta, m}\} \end{aligned}$$

ここで、 $(m+1) \times (m+1)$ 行列の $\hat{R}_{\zeta, m}, \hat{Q}_{\zeta, m}$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{R}_{\zeta, m} &= \frac{1}{N\hat{\sigma}^2} \begin{bmatrix} B^T B + N\zeta\hat{\sigma}^2 K & \frac{1}{\hat{\sigma}^2} B^T \Lambda \mathbf{1}_N \\ \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \mathbf{1}_N^T \Lambda B & \frac{N}{2\hat{\sigma}^2} \end{bmatrix} \\ \hat{Q}_{\zeta, m} &= \frac{1}{N\hat{\sigma}^2} \times \\ &\begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{\sigma}^2} B^T \Lambda^2 B - \zeta K \hat{\sigma} \mathbf{1}_N^T \Lambda B & \frac{1}{2\hat{\sigma}^4} B^T \Lambda^3 \mathbf{1}_N - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2} B^T \Lambda \mathbf{1}_N \\ \frac{1}{2\hat{\sigma}^4} \mathbf{1}_N^T \Lambda^3 B - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2} \mathbf{1}_N^T \Lambda B & \frac{1}{4\hat{\sigma}^6} \mathbf{1}_N^T \Lambda^4 \mathbf{1}_N - \frac{N}{4\hat{\sigma}^2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(注3) “BB 国債CMY”では $W = 10$ としている。

ただし、 $K = D_k^T D_k$ 、 $\mathbf{1}_N$ は N 次元ベクトル $(1, 1, \dots, 1)^T$ 、 Λ は $N \times N$ 対角行列

$$\Lambda = \text{diag} [x_1 - \phi(t_1)\omega, x_2 - \phi(t_2)\omega, \dots, x_N - \phi(t_N)\omega]$$

とする。

(4.1) 式により算出されるGICを最小化する (m, ζ, v) の組を最適なモデルパラメータとして選択する。

GICと ζ の関係について

図-1は、 m, v を固定し、横軸に $\log \zeta$ を取ったときのGICの変化を表すものである。図-1を見ると、 ζ がある程度より小さい領域ではGICの変化が少ない。GICはモデルの平均対数尤度の推定値であり、推定誤差の範囲内であればどのモデルを選択しても問題ない。また、仮に $\zeta = 0$ と考えると、局所的に決定すべき ω_k の個数が近傍の t_i の個数より多くなる場合があり、その場合は特異行列となり求解ができなくなる。 $\zeta > 0$ の領域でも、 ζ が極めて小さい値の場合は、数値演算精度の問題で安定的に求解できない場合が多い。提案手法では ζ に下限値を与え、それ以下の ζ を選択しない事で、求解の安定性を保ちつつ、最適なモデル選択を行っている。

先行研究との比較

比較の方針および利用データ

検証の方針としては、参考文献(2)と比較して、クロスセクションにおけるイールドカーブの形状

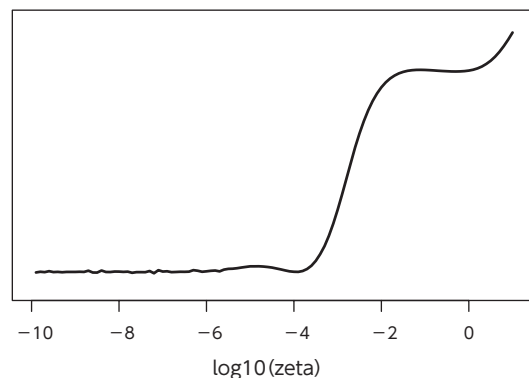


図-1 GICの様相

および時系列での安定性について議論する。

検証に用いたデータは、2007年1月4日から2012年6月22日までのBB国債価格(引値)である。残存期間が30日未満になった期近債については、計算の対象から除外している。

■ 40年債入札時点における計算結果の比較

40年債の発行が、イールドカーブの推定にどのような影響があるかを調べた。

具体的には、40年債が存在しなかった最終日として2007年11月5日、および、40年債の1、2、4回債の入札日(2007年11月6日、2009年5月14日、2011年5月17日)時点における、提案手法と参考文献(2)の方法によるイールドカーブ推定結果を比較した。40年3回債入札時のイールドカーブは、1、4回債の結果と同様な形状をしているため割愛した。

それぞれの推定結果を図-2~5に示す。

40年債が存在しない2007年11月5日(図-2)については、両モデル間に有意な差は認められない。しかしながら、40年1回債が入札された2007年11月6日以降(図-3~5)、参考文献(2)の方法による計算結果では、30年から40年の超長期ゾーンにおけるイールドカーブが不自然にオーバーシュート(アンダーシュート)していることが確認できる。この現象は、30~40年の間に十分な数の銘柄が存在しないことと、基底関数の配置や構成方法の違いによるものと考えられる。後者に関しては、提案手法では、基底関数の中心をデータ範囲の外側にも配置し、かつ、残存が長くなるほど基底関数の幅を広げることにより、このような事象を回避している。

また、ディスカウントファクターを推定の対象とするモデルの場合、スポットレートに変換する際にディスカウントファクターの僅かなゆらぎが拡大されてしまうことも原因として挙げられる。

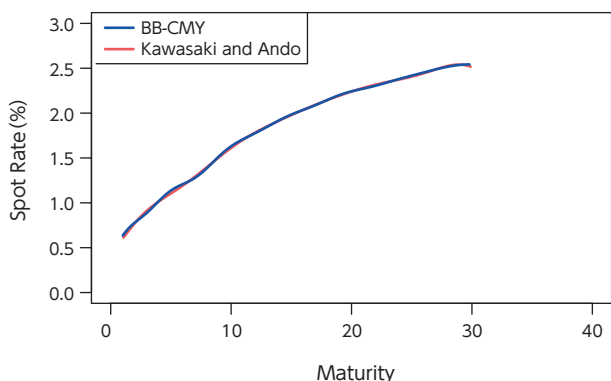


図-2 2007年11月5日のイールドカーブ

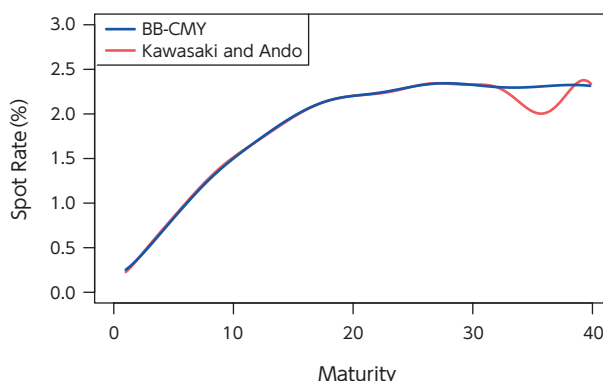


図-4 2009年5月14日のイールドカーブ

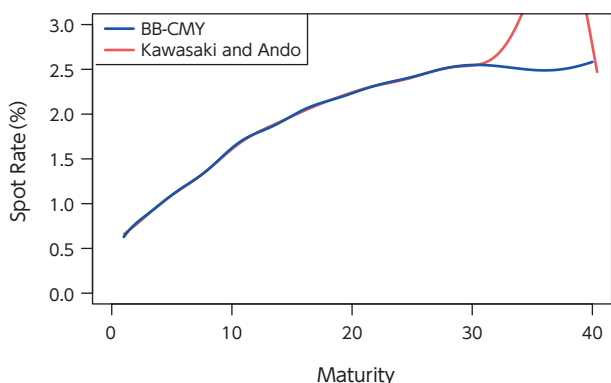


図-3 2007年11月6日のイールドカーブ

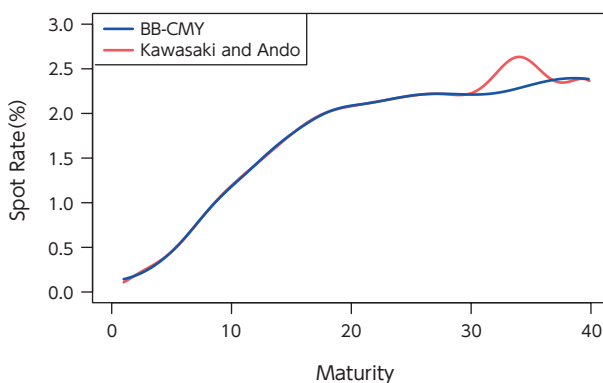


図-5 2011年5月17日のイールドカーブ

■ 時系列データの比較

次に時系列の観点から両モデルを比較した。

2007年から2012年について、各年のデータを重ね描きした結果を図-6～10に示す。ただし、2012年は6か月分しかないため、2011年と同じグラフに重ね描きした。

これらの結果を見ると、参考文献(2)の方法は上述したオーバーシュート(アンダーシュート)の傾向を常に示すことが分かる。一方、提案手法によるイールドカーブは全ての営業日において安定的に出力されていることが分かる(紙面の都合上、図-6～10のイールドカーブは一日置きの日データをプロットしている)。

2010年と2011年においては、40年3、4回債が発行され超長期ゾーンのデータ数がある程度揃っている状況となっているためか、参考文献(2)のモデルの結果も他の年に比べ乖離が緩和しているように見える。しかし、頻度は減っているものの、依

然としてオーバーシュートしているケースが見られる。このようなイールドカーブを実務で利用する場合、値洗い等では時価評価の連続性が担保されず、また、リスク管理においてはヒストリカルボラティリティが過大に推定され、リスク量も過大評価されるという問題が生じる。したがって、実務での

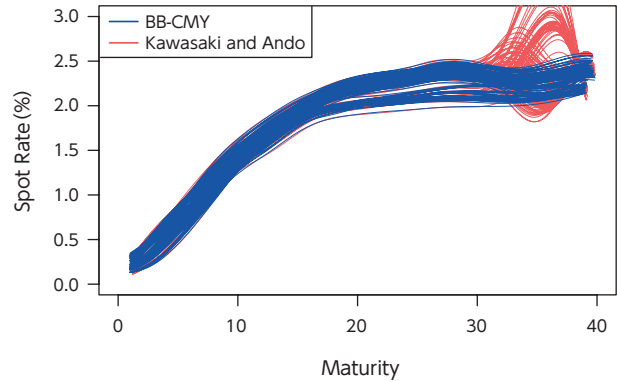


図-8 2009年のイールドカーブ

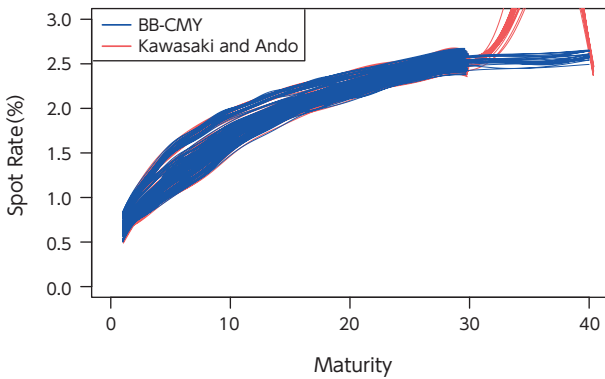


図-6 2007年のイールドカーブ

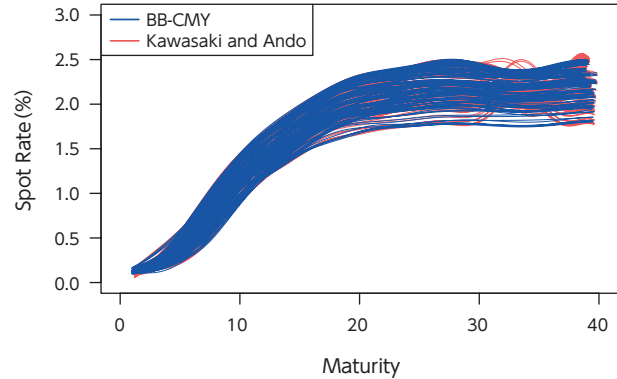


図-9 2010年のイールドカーブ

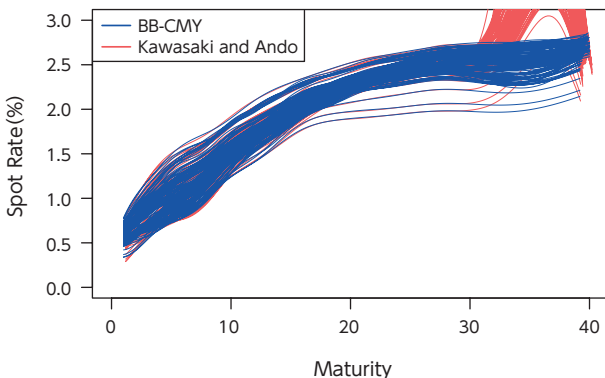


図-7 2008年のイールドカーブ

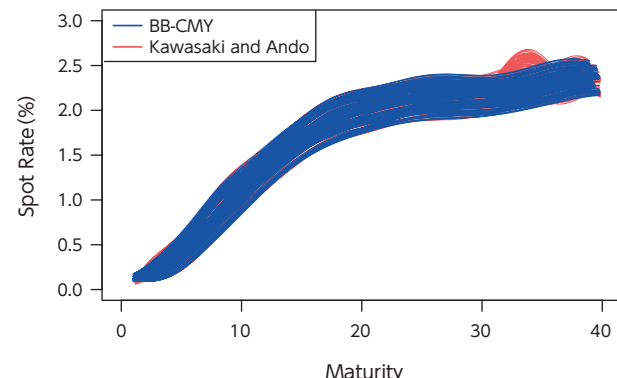


図-10 2011年1月～2012年6月のイールドカーブ

活用は難しいと思われる。

■ 超長期におけるディスカウントファクターの評価

ここでは、超長期でのディスカウントファクターを比較する。具体的には、各推定結果において、残存20年の時点のディスカウントファクター d_{20} を基準としたフォワードディスカウントファクター $F_{20}(t) = d_t/d_{20}$ を計算した。すなわち、残存20年超におけるディスカウントファクターの形状を調べるために、 d_{20} を使って規格化したディスカウントファクターを計算し、プロットした。

2009～2011年の1月の計算結果を図-11～13に示す。2009年と2010年の結果を見ると、参考文献(2)の方法では30～40年の区間でディスカウントファクターの増加が起きている。一般的には割引関数の性質として単調減少性が期待されており、単調減少を堅持するために制約条件を課す方法⁽¹²⁾も存在しているほどである。

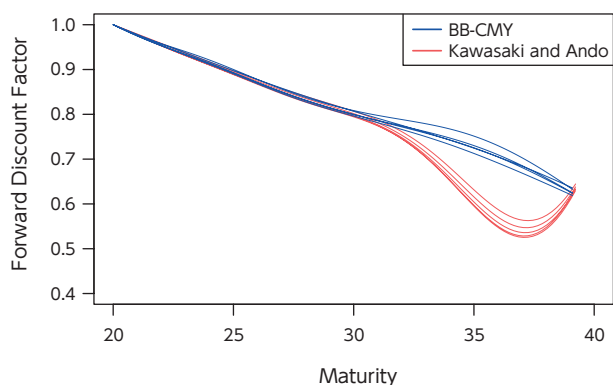


図-11 ディスカウントファクター (2009年、 d_{20} 基準)

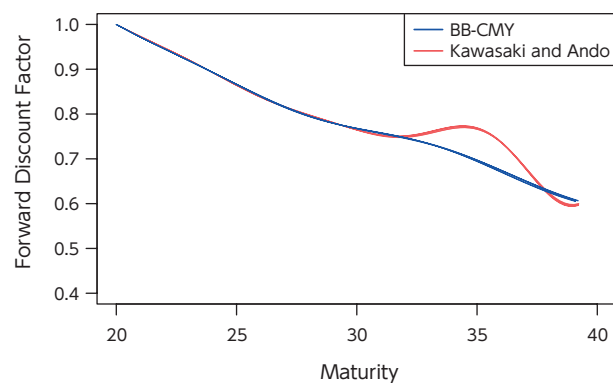


図-12 ディスカウントファクター (2010年、 d_{20} 基準)

■ フォワードレートについての考察

図-14は2011年の瞬間フォワードレートをプロットしたものである。

一般に、フォワードレートのカーブに見られる残存7年近辺のショルダーは国債先物受渡銘柄(チーペスト銘柄)の影響によるもの、残存15年近辺のピークは長期国債と超長期国債の流動性の違いによる差異、すなわち流動性プレミアムによるものと考えられている。この仮説を20年超のゾーンに拡張すると、20～30年および30～40年の間に存在するピークをそれぞれ20年債と30年債、30年債と40年債の流動性の違いによるものとして捉えられる。このとき、提案手法により推定されたフォワードレートのカーブは上述の状況をよく反映していると言える。一方、参考文献(2)の方法によるカーブは、超長期ゾーンの不安定性が影響し、上述の仮説では説明できない形状をしている。

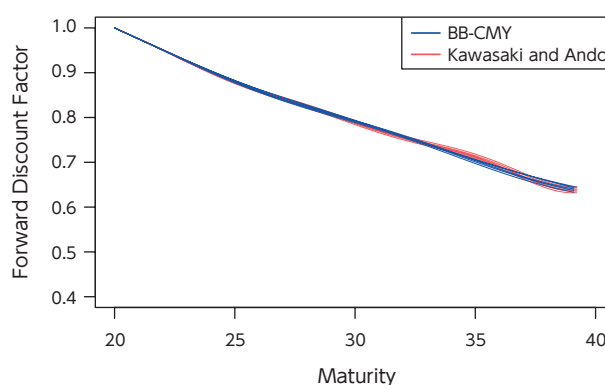


図-13 ディスカウントファクター (2011年、 d_{20} 基準)

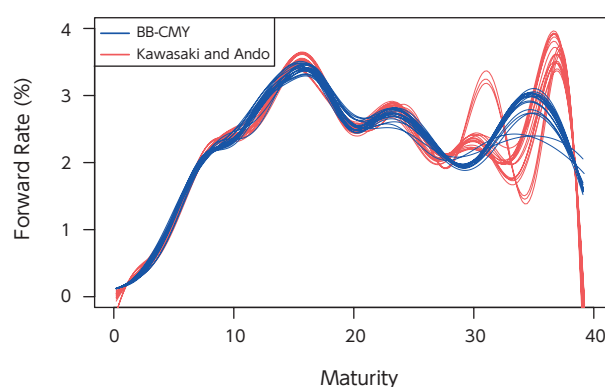


図-14 フォワードレート (2011年1月)

ま と め

本稿では、国債価格を用いた期間40年までのゼロ・クーポン・イールドカーブを推定する方法について、いくつか提案を行った。通常は非正則な利付国債のキャッシュフロー行列を正則行列に変換するための操作を定義し、スポットレート(t_i, x_i)の系列(t_i, x_i)を得る方法を提案した。次に、得られたスポットレートの系列をもとにイールドカーブを推定する方法として、ガウシアン関数を基底としたノンパラメトリック手法を構成した。

さらに、40年債が追加された時点のイールドカーブの安定性、時系列における安定性、超長期ゾーンのディスカウントファクターの安定性という3つの観点から既存手法との比較を行った。その結果、いずれの場合においても提案手法による推定結果が安定的という結論を得た。

謝 辞

本稿執筆にあたり多くのコメント・助言を頂いた富士通研究所の佐藤裕一氏に深謝の意を表す。また、データの出力作業をはじめ様々な面でサポートしていただいた日本相互証券の間野正喜氏と前堀高則氏に心から感謝する。

なお、本稿は、第37回ジャフィー大会(日本金融・証券計量・工学学会主催) 予稿集に掲載された論文⁽¹³⁾に加筆・修正を行ったものである。

参考文献

- (1) 安道知寛、井元清哉、小西貞則、“動径基底関数ネットワークに基づく非線形回帰モデルとその推定”、応用統計学、Vol.30、No.1、p.19-35、July 2001.
- (2) 川崎能典、安道知寛、“正則化非線形回帰モデルによるイールドカーブの推定”、日本統計学会誌、Vol.32、No.3、p.375、December 2002.
- (3) J. H. McCulloch, “Measuring the term structure

- of interest rates,” Journal of Business, Vol.44. No.1, p.19-31, 1971.
- (4) S. M. Schaefer, “Measuring a tax-specific term structure of interest rates in the market for british government securities,” The Economic Journal, Vol.91, p.415-438, 1981.
- (5) O. A. Vasicek and H. G. Fong, “Term structure modeling using exponential splines,” Journal of Finance, Vol.37, No.2, p.339-356, 1982.
- (6) J. M. Steeley, “Estimating the gilt-edged term structure: Basis splines and confidence intervals,” Journal of Business Finance and Accounting, Vol.18, No.4, p.512-529, June 1991.
- (7) 小峰みどり、山岸正明、松本和幸、二木高志、司淳、長尾知幸、砂川和彦、佐野尚史、“わが国債券市場固有の現象と期間構造分析”、ファイナンシャル・レビュー(大蔵省財政金融研究所)、Vol.14、1989.
- (8) 菊池健太郎、新谷幸平、“本邦国債価格データを用いたゼロ・クーポン・イールド・カーブ推定手法の比較分析”、IMES Discussion Paper(日本銀行金融研究所)、Vol.2012、No.J-3、February 2012.
- (9) Willard T. Carleton and Ian A. Cooper, “Estimation and uses of the term structure of interest rates,” Journal of Finance, Vol.31, No.4, p.1067-83, 1976.
- (10) 北川源四郎、小西貞則、“一般化情報量規準GICとブートストラップ”、統計数理、Vol.47、No.2、p.375-394、1999.
- (11) 小西貞則、北川源四郎、情報量規準、朝倉書店、September 2004.
- (12) G. S. Shea. Interest rate term structure estimation with exponential splines: A note. Journal of Finance, Vol.40, No.1, p.319-25, March 1985.
- (13) 阿部卓哉、佐々木正信、松岡英俊、池田弘、“ノンパラメトリック手法と業者間データを用いたイールドカーブの推定”、第37回ジャフィー大会予稿集、2012.